

## GUÍA DE EJERCICIOS 1-2013

### Presentación

A continuación se presentan un conjunto de ejercicios destinados a reforzar algunos tópicos del ramo Investigación de Operaciones I, Modelamiento y Optimización, Gestión de Operaciones, Investigación Operativa I u otro similar que dependerá de la universidad donde estudie.

### Objetivo general

Aplicar y analizar modelos de Programación Lineal.

### Objetivos específicos

Formular, estandarizar y resolver un modelo de programación lineal aplicando el procedimiento gráfico, el algoritmo simplex y el método simplex. Efectuar análisis de sensibilidad, de dualidad del modelo, interpretar las variables duales y las partes de la tabla del método simplex.

### Ejercicios

- 1) Resuelva a través del método gráfico los siguientes modelos. Posteriormente, determine el problema dual y resuélvalo a través del método simplex, interpretando los resultados y comprobando además el teorema de holgura complementaria:

a)  
 $Max Z = 500x_1 + 300x_2$   
 Sujeto a:  
 $15x_1 + 5x_2 \leq 300$   
 $10x_1 + 6x_2 \leq 240$   
 $8x_1 + 12x_2 \leq 450$   
 y  
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

b)  
 $Max Z = 5x_1 + 7x_2$   
 Sujeto a:  
 $2x_1 - x_2 \leq -1$   
 $-x_1 + 2x_2 \leq -1$   
 y  
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

c)  
 $Max Z = 2x_1 + x_2$   
 Sujeto a:  
 $x_2 \leq 10$   
 $2x_1 + 5x_2 \leq 60$   
 $x_1 + x_2 \leq 18$   
 $3x_1 + x_2 \leq 44$   
 y  
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

d)  
 $Max Z = 10x_1 + 20x_2$   
 Sujeto a:  
 $-x_1 + 2x_2 \leq 15$   
 $x_1 + x_2 \leq 12$   
 $5x_1 + 3x_2 \leq 45$   
 y  
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

e)  
 $Min Z = 3x_1 + 2x_2$   
 Sujeto a:  
 $x_1 + 2x_2 \leq 12$   
 $2x_1 + 3x_2 = 12$   
 $2x_1 + x_2 \geq 8$   
 y  
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

e)  
 $Max Z = 3x_1 + 2x_2$   
 Sujeto a:  
 $2x_1 + x_2 \geq 10$   
 $-3x_1 + 2x_2 \leq 6$   
 $x_1 + x_2 \geq 6$   
 y  
 $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

- 2) Un pequeño agricultor de la Isla de Chiloé siembra durante el año dos tipos de papa nativa destinadas a mercados gourmet: Chelina y Ñocha. La decisión de producir ambos tubérculos se basó en los niveles de ganancias que recibía, y por lo tanto, optó por sembrar y cosechar sólo ambas subespecies; al respecto, el agricultor ha conseguido clientes estables en varias comunas de la región metropolitana, por lo que debe preocuparse en producir las dos cantidades de papas para satisfacer los requerimientos de dichos nichos.

Comuna	Toneladas por comuna		Demanda (toneladas)
	Chelina	Ñocha	
Vitacura	5	15	50
Las Condes	20	5	40
Providencia	15	2	60
<b>Costo/ton</b>	<b>\$4</b>	<b>\$2</b>	

El agricultor desea estimar las toneladas totales por año de Chelina y Ñocha que satisfacen los requerimientos de los clientes en dichas comunas. Adicionalmente, desea estimar que pasaría si la demanda (en toneladas) crece en un 10% en Vitacura, 25% en Las Condes y 5% en Providencia; por otro lado, desea saber lo que ocurriría si el costo/ton de Chelina cae un 25%, o si la demanda en Providencia cae al 8%.

- 3) Una heladería cercana al metro Manquehue vende diversos tipos de helados durante el día, aunque los que más comercializa son los de chocolate, vainilla y frambuesa (la venta de los restantes sabores son marginales por lo que son de producción muy escasa). Para poder elaborarlos, cada helado debe producirse en dos máquinas distintas: una para la mezcla y elaboración de los sabores y otra para producir el helado propiamente tal; luego, los tiempos de procesado para cada helado es el siguiente (en horas):

Maquina	Helado		
	Chocolate	Vainilla	Frambuesa
A	0,02	0,03	0,05
B	0,05	0,02	0,04

El dueño de la heladería desea estimar las cantidades de los tres sabores de helados que más se venden con el fin de maximizar la ganancia. Se sabe que cada máquina está disponible 40 horas al mes, mientras que los precios y costos unitarios:

	Helado		
	Chocolate	Vainilla	Frambuesa
Precio	\$150	\$85	\$75
Costo	\$100	\$45	\$45

Solucione el modelo primal y dual. Interprete.

- 4) Un artesano de Pomaire fabrica dos tipos de vasijas de greda: uno usando técnicas indígenas y la otra con técnicas contemporáneas. La ganancia por artículo es \$ 1.200 para las vasijas con técnica indígena y \$ 900 para aquel fabricado con técnicas contemporáneas, además, el primer tipo de vasija necesita el doble del tiempo para su fabricación en comparación al segundo tipo, y si todos los productos fueran del segundo tipo el artesano podría fabricar 1.000 al mes. Sin embargo, y dada la escasez de greda de buena calidad o sin impurezas, los proveedores de la zona pueden proveer material para 800 vasijas mensuales; adicionalmente, aquellos productos con técnica indígena requieren de un empaque especial hecho de madera de las que se disponen 400 mensuales. Para el caso del producto con técnica contemporánea, existe disponibilidad de 700 empaques de cartón corrugado especial.

Un exportador que tiene como destino al mercado europeo le ha solicitado al artesano un total de 250 vasijas, de las que un 40% deben ser con técnica indígena y las restantes del otro tipo. Determine la decisión óptima de producción de este artesano y lo que pasaría si la disponibilidad de greda cayera un 20% respecto a la actual y si los empaques especiales de madera aumentarían en 100 unidades.

- 5) Dado el siguiente problema:

$$\text{Max } Z = 8x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 + 9x_5$$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 180$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 270$$

$$x_1 + 3x_2 + x_4 + 3x_5 \leq 180$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0.$$

Además, se sabe que las variables básicas en la solución óptima son  $x_3$ ,  $x_1$  y  $x_5$  y que:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{27} \begin{bmatrix} 11 & -3 & 1 \\ 6 & 9 & -3 \\ 2 & -3 & 10 \end{bmatrix}$$

Se pide:

a) Identificar la solución óptima.

b) Use dicha información para identificar los precios sombra correspondientes.